Soit un escalier à n marches.
On note u_n le nombre de façons de monter ces n marches.
Par exemple d'après l'énoncé, u_3=3.

Pour monter n marches, il faut d'abord monter la première.
Soit on la monte seule, il restera alors n-1 marches à monter et donc u_(n-1) façons de les monter.
Soit on la monte avec la deuxième, et il restera alors n-2 marches à monter et donc u_(n-2) façons de les monter.
On obtient que u_n=u_(n-1)+u_(n-2).

Cette formule nous permet de calculer u_4=u_3+u_2.
On sait que u_3=3.
Pour monter deux marches, soit on les monte une à une soit on monte les deux d'un coup, ce qui nous donne u_2=2.
Et finalement u_4=5.

On peut continuer ces calculs, on obtient le tableau suivant:

Nombre de marches	***Nombre de facons de les monter***	***Nombre de marches***	***Nombre de facons de les monter***
3	3	**11**	144
4	5	**12**	233
5	8	**13**	377
6	13	**14**	610
7	21	**15**	987
8	34	**16**	1597
9	55	**17**	2584
10	89		

Bien sûr cette façon de faire ne permet pas d'avoir le nombre de façon de monter n marches!
Pour cela il faut étudier d'un peu plus près la suite des termes u_n.
Les connaisseurs auront reconnu la célèbre suite de Fibonacci!
C'est une suite classique dont nombre d 'études existent sur la toile.
Vous pouvez par exemple regarder ici:
http://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Fibonacci